

ADI-FDTD 法に関する調査研究

Survey on the ADI-FDTD Method

名取 嘉一 柏 達也

Yoshikazu NATORI Tatsuya KASHIWA

北見工業大学

Kitami Institute of Technology

1. はじめに

FDTD 法は電磁界シミュレーションの有効な解析法として盛んに用いられている。FDTD 法はマクスウェル方程式を時間軸、空間軸において直接中心差分する陽解法の解析法である。3次元空間を時間軸で解析するので非常に汎用的な手法であるが、取り得る時間離散間隔 Δt からなるクーラン条件 $\Delta t \leq 1/C_0 \sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2 + (1/\Delta z)^2}$ による制約があり、解析精度を向上させるため空間離散間隔 Δx , Δy , Δz を小さくすると Δt も小さくなり、計算時間が膨大になる欠点がある。この欠点を克服するために近年無条件安定な解析法である ADI-FDTD 法が考案された。現状では実際問題に適用された例は殆んどなく、数学的な特性が種々調べられている段階であり、この手法の全体像が未だ明確にはなっていない。従って、ADI-FDTD 法が果たして将来的にどの程度有効性が発揮されるかを知るために、この段階で一度、現在までに発表されている論文のサーベイを行う必要があると考えた。本報告では本手法に関する調査研究結果について報告する。

2. ADI-FDTD 法

Alternating direction implicit finite difference time domain 法は 1984 年に Holland[18] によって考案された。これにより、時間離散間隔 Δt を任意にとることが可能な無条件安定 (unconditionally stable) の解析法が開発され、FDTD 法の条件付安定 (conditionally stable) の問題が解決された。しかし、この方法が注目を浴びたのは 1999 年の Namiki[1] の独立した研究による報告からである。本手法を理解するためには Crank-Nicholson 法、ADI 法、行列解法の知識が必要となる [15]-[17]。通常の FDTD 法と異なり、ADI-FDTD 法は陰解法であり行列計算を必要とする。一辺が N の 3次元

空間 ($N \times N \times N$) の場合、行列は $N \times N$ 、即ち N 元の行列式となる。行列自体は 3 重対角行列であり、簡単に解く事ができる [17]。

本手法には以下に挙げる問題点が指摘されている。

- 1 イタレーション当たり FDTD の約 4 倍の時間が掛かる。従って、FDTD の 4 倍以上の Δt を用いると本手法の有効性が発揮される。
- Δt を大きくすると位相誤差が増大する [8]-[10]。本手法は Δt が大きくできることが利点であるのに、 Δt が大きくなると位相誤差が大きくなるという矛盾がある。従って、実際の適用に当たっては Δt の大きさはあるレベル以下にされる。
- 行列計算時において数値的不安定性がある [7]。この問題については、行列計算を工夫することにより解決されている。

また、重要性が高まっている光回路解析のために、計算の効率化を目的とした envelope に基づく手法も考案されている [21]。

3. 並列化

FDTD 法のように大規模な計算を必要とする方法においては計算の並列化に関する研究は重要である。本手法においても [14] において並列化の報告がある。本手法は行列計算を行うので、通常の FDTD 法のように空間を単純に分割することは出来ず、行列計算時に工夫を要する。[14] では共有メモリ型マシンを対象としており、今後一般化される分散メモリ型マシンに対しては更なる研究が必要である。

4. むすび

本報告では ADI-FDTD 法のサーベイ結果について報告した。本報告は本手法を実際の電磁波回路設計に適用して行く場合の有効な資料になると考えている。

参考文献

ADI-FDTD 法

- [1] T. Namiki, "A new FDTD algorithm based on alternating-direction implicit method," IEEE Trans. MTT, vol.47, no.10, pp.2003-2007, Oct. 1999.
- [2] F. Zheng, Z.Chen, J.Zhang, "A finite-difference time-domain method without the Courant stability conditions," IEEE MGWL, vol.9, no.11, pp.441-443, Nov. 1999.
- [3] F. Zheng, Z. Chen, J. Zhang, "Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite-difference time-domain method," IEEE Trans. MTT, vol.48, no. 9, pp.1550-1558, Sep.2000.
- [4] T. Namiki, "3-D ADI-FDTD method unconditionally stable time-domain algorithm for solving full vector Maxwell's equations," IEEE Trans. MTT, vol.48, no.10, pp.1743-1748, Oct. 2000.
- [5] C. Chen, T.Lee, N.Murugesan, S.Hagness, "Generalized FDTD-ADI: An unconditionally stable full-wave Maxwell's equations solver for VLSI interconnect modeling," ICCAD 2000.
- [6] T. Namiki, K.Ito, "Numerical simulation using ADI-FDTD method to estimate shielding effectiveness of thin conductive enclosures," IEEE Trans. MTT, vol.49, no.6, pp.1060-1066, June 2001.
- [7] A.P. Zhao, "Two special notes on the implementation of the unconditionally stable ADI-FDTD method," MOTL, vol.33, no.4, pp.273-277, May 2002.

数値分散

- [8] T. Namiki, K. Ito, "Investigation of numerical errors of the two-dimensional ADI-FDTD method," IEEE Trans. MTT, vol.48, no.11, pp.1950-1956, Nov. 2000.
- [9] F. Zheng, Z.Chen, "Numerical dispersion analysis of the unconditionally stable 3-D ADI-FDTD method," IEEE Trans. MTT, vol.49, no.5, pp.1006-1009, May 2001.
- [10] A.P. Zhao, "Analysis of the numerical dispersion of the 2-D alternating-direction implicit FDTD method," IEEE Trans. MTT, vol.50, no.4, pp.1156-1164, April 2002.

PML

- [11] G.Liu, S.D.Gedney, "Perfectly matched layer media for an unconditionally stable three-dimensional ADI-FDTD method," IEEE MGWL, vol.10, no.7, pp.261-263, July 2000.
- [12] G.Lazzi, "Unconditionally stable D-H FDTD formulation with anisotropic PML boundary conditions," IEEE MWCL, vol.11, no.4, pp.149-151, April 2001.
- [13] S.D.Gedney, G.Liu, J.A.Roden, A.Zhu, "Perfectly matched layer media with CFS for an unconditionally stable ADI-FDTD method," IEEE Trans. AP, vol.49, no.11, pp.1554-1559, Nov. 2001.

並列計算

- [14] H.Jordan, S.Bokhari, S.Staker, J.Sauer, M.ElHel bawy, M.Piket-May, "Experience with ADI-FDTD techniques on the Cray MTA supercomputer," Proc. SPIE, vol.4528, pp.68-76, 2001.

ADI, Crank-Nicholson 法および行列計算

- [15] G.D.スミス, "電算機による偏微分方程式の解法," サイエンス社 1971.
- [16] 戸川, "微分方程式の数値計算," オーム社 1973.
- [17] 高橋, 棚町, "差分法" 培風館 1997.

その他の陰解法 FDTD

- [18] R. Holland "Implicit three-dimensional finite differencing of Maxwell's equations," IEEE Trans. NS, vol. NS-31, no.6, pp.1322-1326, Dec. 1984
- [19] P.M.Goorjian, "Finite difference time domain algorithm development for Maxwell's equations for computational electromagnetism," IEEE Int. Symp. AP-S digest, pp.878-881, 1990.
- [20] J.H.Beggs, W.R.Briley, "An implicit LU/AF FDTD method," IEEE Int. Symp. AP-S digest, pp.68-71, July 2001.
- [21] H.Rao, R.Scarmozzino, R.M.Osgood, Jr., "An improved ADI-FDTD method and its application to photonic simulations," IEEE PTL, vol.14, no.4, pp.477-479, April 2002.