

FDTD 解析における subgrid 技術について

千藤 雄樹[†] 柏 達也
(北見工業大学)

1. はじめに

FDTD 解析においては微細構造体や高誘電率を持つ誘電体が局所的に存在する場合、その部分では解析精度を保持するため空間離散間隔を十分に小さく取る必要がある。従って、このような場合には必要な解析精度を得るためには解析領域全体に渡って小さな空間離散間隔を用いる必要がある。しかしながら、小さな空間離散間隔を用いた FDTD 解析は多くの計算メモリと膨大な計算時間を必要とするため大きな計算コストが掛かる。このような問題を解決する手段の一つに所望の部分のみに細かい格子を用い、その他の大部分の領域に粗い格子を用いる subgrid 法がある。この subgrid 法を用いることにより大幅な計算効率の改善が見込める。

subgrid 法では coarse grid (粗い grid) 空間と fine grid (細かい grid) 空間の接続に FDTD 法どうしの結合によるもの[1]-[24]と、FDTD と FEM の接続[25]や FDTD の接続を FEM を介して行う方法[26]-[33]がある。ただし、FEM を用いた方法は接続が複雑になるため本報告では FDTD どうしの接続による方法を考える。

subgrid 法では subgrid 境界面での発散や反射などの問題がある。しかしながら、初期の論文では上記の問題があるにもかかわらず、それらの問題に対しては殆ど触れられていない。これらの点を踏まえて近年の論文では解の発散について書かれた物もあるが、何れも詳しくは述べられていない。現在、非常に多くの subgrid に関する論文が発表されているが、発散の問題を解決した完全な方法は考案されていない様である。

本報告は昨年の当研究室における報告書[24]を抜粋したものである。本研究では、不完全ながら数学的裏付けのなされている T.Weiland らの subgrid 法[11]を検証する。また、現在までに発表されている subgrid 法の論文を参考文献にまとめる。

2. 概要

subgrid 法は 1990 年 I.S.Kim, W.J.Hoefer [1]、1991 年 S.S.Zivanovic, K.S.Yee, K.K.Mei [2]によって提案された。これら初期の論文では触れられていないが何れも非常に発散しやすく、1993 年松岡の研究[7]によると W.J.Hoefer らの方法では 1,500 回程度のタイムステップで発散が始まってしまう。また、現在までの多くの論文に示されているとおり発散の起る回数は subgrid アルゴリズムや解析モデルによらず約 1500~2000 回程度である。

subgrid 法の発散を抑圧するため、1993 年柏らは W.J.Hoefer らの方法に平均化法を付加する方法を提案した[5]。この方法は 2 次元の解析においては、時間離散間隔を Courant 条件より大幅に小さくしなければ発散は収まらなかった。因みに Courant 条件に 0.45 を乗じた時間離散間隔とした場合 25,000 回のタイムステップ数においても安定であった。また、1997 年 M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, V. P. Cable も同様に平均化法を付加した方法を提案している[12]。この方法では平均化法の導入により 2,000 回で発散していたものを 20,000 回まで安定な解析が行えることを示した。しかし、何れの場合も平均化係数は解析モデルによって変化し、あらかじめ知ることができず一般性に欠けている。また、平均化項の値に物理的な意味が無く、得られる解析結果については吟味する必要がある。さらに、代数方程式の特性よりこれらの補間方法は依然として不安定な要素を含んでおり、2次元においても完全に安定であるという保証はない。

平均化法を用いずに安定な解析を行う方法として、1997 年 P. Thoma, T. Weiland らが提案した方法がある[11]。この方法は、coarse grid と fine grid との接続部において Maxwell 方程式が持っている電界と磁界に関する双対性を差分式でも満たす様に定式化を行っている。厳密な数学的証明はなされていないが定性的この手法は非常に安定であると記述されている。さらに、1999 年 K. M. Krishnaiah, C.J.Railton は、T.Weiland らの方法を格子比 1 : 3 の手法に拡張した[19]。また、接続面で時間補間を導入することにより解析精度向上を行っている。

1996 年 P. Monk, E. Suli が反射係数の低減を目的とした subgrid 方法を提案した[10]。その後 1999 年 S. Chai llou, J. Wiart, W. Tabbara は P. Monk らの方法は fine grid 領域のネストを 4 回を行ってもなお 60,000

[†]sendo@klab2.elec.kitami-it.ac.jp
北海道北見市公園町 165 番地

回のタイムステップ数に耐えられる事を示した[21]。しかしながら、grid 配置が特殊であり接続のために coarse grid と fine grid のオーバーラップ領域が必要となるため接続のためのアルゴリズムはかなり複雑になると予想される。

その他の論文についても基本的には安定なタイムステップ数が増加したという報告に過ぎず、解析モデルや安定なタイムステップ数などについて詳しく記述されていない。また、完全に安定な方式もまだ考案されていないようである。しかし、subgrid 法の特性を理解し適切に用いることができれば FDTD 法による解析効率を大幅に向上させることが出来ると考えられる。

以上のように subgrid に関する論文は非常に多く発表されている。その中でもシンプルな接合アルゴリズムであり、なおかつ厳密ではないが物理的な意味において裏付けのなされている T.Weiland らの subgrid 法について検証することは意義があると考えられる。

本報告では、T.Weiland ら subgrid 法について 1) 発散の始まる計算回数, 2) 計算メモリの縮小率, 3) 計算時間の短縮率について調べた。なお、これらの解析には導波管中の一部を subgrid としたモデルを用いている。

3 . Weiland 型 subgrid 法

本報告で用いる T. Weiland らの方式[11]の主要な特徴は次の2点である。1) fine grid と coarse grid の空間離散間隔の比は 1 : 2 である。2) fine grid と coarse grid の境界面で行われる補間は Maxwell 方程式の示す電界 E と磁界 H の双対性が個々の FDTD 差分式に関して満たされている。

論文[11]では subgrid 平面部での定式化については詳述されているが、稜線部及び頂点部における定式化については詳しくは記述されていない。本報告では稜線部及び頂点部について我々独自の解釈に基づいて定式化を行っている。以下に具体的手続きについて説明する。

3.1 空間補間法

図 3.1 に示す様に、coarse grid と fine grid の境界面でそれぞれの grid 空間を接続するために補間が必要となる。まず、境界面上の fine grid の電界成分 E_{bf} を求める。通常の FDTD 計算では電界 E^{n+1} はその周りの磁界 $H^{n+\frac{1}{2}}$ と、1 time step 過去の電界 E^n より算出される。しかし、境界面の電界 E_{bf} は coarse grid 側に位置するはずの磁界成分を得ることができないため coarse grid の磁界成分より補間によって求めておく必要がある。磁界成分を求めるための補間係数は coarse grid の磁界成分からの距離による線形補間によるものとする。

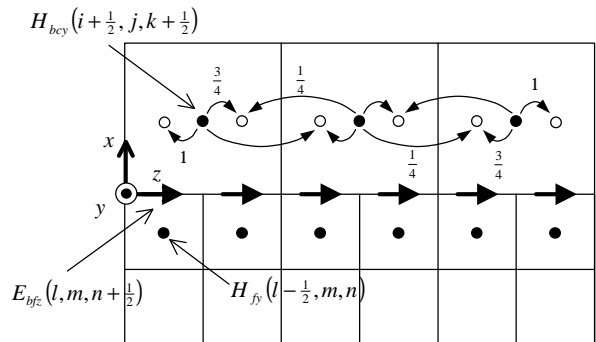


図 3.1 grid 境界面での界成分の節点配置と補間係数

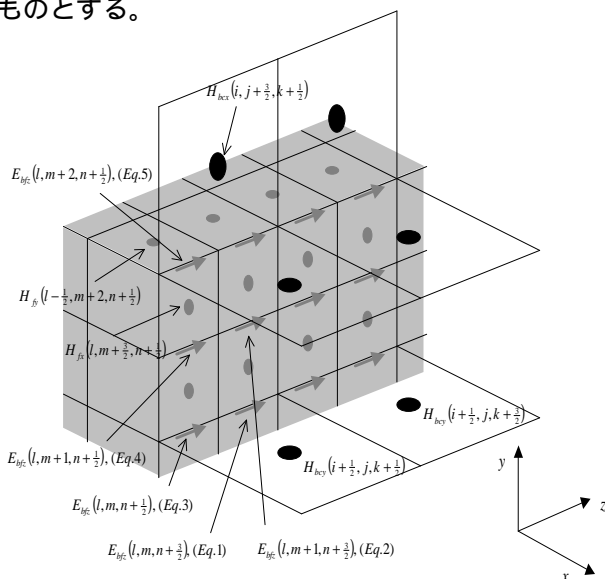


図 3.2 3次元での fine grid と coarse grid の各界成分の節点配置

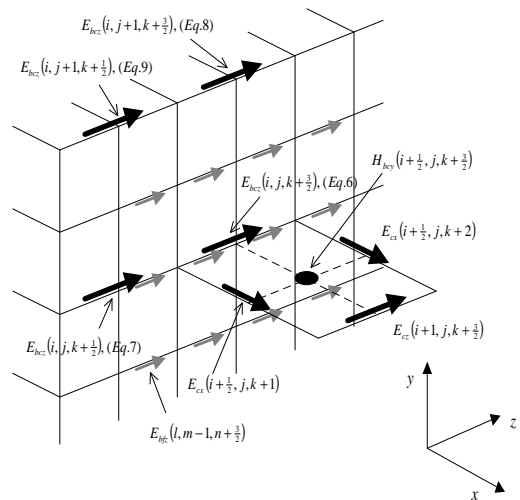


図 3.3 3次元での fine grid と coarse grid の電界節点配置

3次元解析の場合、各界成分の節点配置が図 3.2 のようになるとき、接合面上の fine grid 電界成分の値は以下の計算式で求められる。

$$\begin{aligned}
 E_{bfc}^n(l, m, n + \frac{3}{2}) &= E_{bfc}^{n-1}(l, m, n + \frac{3}{2}) \\
 &+ \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta x \mathbf{e}_0} \left[H_{fy}^{n-\frac{1}{2}}(l - \frac{1}{2}, m, n + \frac{3}{2}) - \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) \\ + \frac{1}{4} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{3}{2}) \end{array} \right\} \right] \\
 &- \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{1}{2}\Delta y \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{1}{2}, n + \frac{3}{2}) - H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m - \frac{1}{2}, n + \frac{3}{2}) \right\}
 \end{aligned} \tag{1}$$

また、coarse grid の電界節点間に位置する fine grid の電界成分は以下のように求める。

$$\begin{aligned}
 E_{bfc}^n(l, m + 1, n + \frac{3}{2}) &= E_{bfc}^{n-1}(l, m + 1, n + \frac{3}{2}) \\
 &+ \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta x \mathbf{e}_0} \left[H_{fy}^{n-\frac{1}{2}}(l - \frac{1}{2}, m + 1, n + \frac{3}{2}) - \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) \\ + \frac{1}{8} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{3}{2}) \\ + \frac{3}{8} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \\ + \frac{1}{8} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{3}{2}) \end{array} \right\} \right] \\
 &- \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{1}{2}\Delta y \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{3}{2}, n + \frac{3}{2}) - H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{1}{2}, n + \frac{3}{2}) \right\}
 \end{aligned} \tag{2}$$

境界面の端では補間に必要な磁界節点が一部得られないため、図 3.1 のように一番端の磁界成分をそのまま使用する。

$$\begin{aligned}
 E_{bfc}^n(l, m, n + \frac{1}{2}) &= E_{bfc}^{n-1}(l, m, n + \frac{1}{2}) \\
 &+ \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta x \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fy}^{n-\frac{1}{2}}(l - \frac{1}{2}, m, n + \frac{1}{2}) - H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) \right\} \\
 &- \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{1}{2}\Delta y \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}) - H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}) \right\}
 \end{aligned} \tag{3}$$

coarse grid の電界節点間に位置する fine grid の電界成分も同様に以下のように求める。

$$\begin{aligned}
 E_{bfc}^n(l, m + 1, n + \frac{1}{2}) &= E_{bfc}^{n-1}(l, m + 1, n + \frac{1}{2}) \\
 &+ \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta x \mathbf{e}_0} \left[H_{fy}^{n-\frac{1}{2}}(l - \frac{1}{2}, m + 1, n + \frac{1}{2}) - \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}) \\ + \frac{1}{2} H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \end{array} \right\} \right] \\
 &- \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{1}{2}\Delta y \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{3}{2}, n + \frac{1}{2}) - H_{fx}^{n-\frac{1}{2}}(l, m + \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}) \right\}
 \end{aligned} \tag{4}$$

subgrid 領域の頂点に位置する fine grid の電界成分は以下のように求める。

$$\begin{aligned}
 E_{bfc}^n(l, m + 2, n + \frac{1}{2}) &= E_{bfc}^{n-1}(l, m + 2, n + \frac{1}{2}) \\
 &+ \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta x \mathbf{e}_0} \left\{ H_{fy}^{n-\frac{1}{2}}(l - \frac{1}{2}, m + 2, n + \frac{1}{2}) - H_{bcy}^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j + 1, k + \frac{1}{2}) \right\} \\
 &- \frac{\frac{1}{2}\Delta t}{\frac{3}{4}\Delta y \mathbf{e}_0} \left\{ H_{bcx}^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{3}{2}, k + \frac{1}{2}) - H_{bcx}^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \right\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

fine grid と coarse grid の境界面上にある fine grid の電界成分をすべて求めた後、fine grid 内の FDTD 計算を行う。本手法では grid 比が 1 : 2 であるので、coarse grid で 1 time step 計算を行う間に fine grid 内では 1 time steps の計算が行われる。この後 fine grid の境界面上の電界成分より coarse grid の電界成分を書き戻し、coarse grid での FDTD 計算の際境界面の磁界成分を求めるために使用される。このとき fine grid から coarse grid への補間係数は coarse grid の磁界成分より fine grid の電界成分を求めるために行った補間の時のものと双対の関係になるようにする。

以下に各 grid の電界成分配置が図 3.3 の場合の計算式を示す。

$$\begin{aligned}
 & E_{bcz} \left(i, j, k + \frac{3}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{9}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{9}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{9}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

境界面の端の場合は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 & E_{bcz} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{8} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m - 1, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{4} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{8} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{5}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

図 3.3 境界面の上部端の場合は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 & E_{bcz} \left(i, j + 1, k + \frac{3}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{9}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{9}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{7}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{9}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

さらに角に位置する電界の値を求める場合は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 & E_{bcz} \left(i, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{8} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l, m + 1, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{4} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{16} E_{bfz} \left(l, m + 2, n + \frac{5}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{8} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{32} E_{bfz} \left(l - 1, m + 2, n + \frac{5}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

3.2 時間補間法

本手法では、fine grid と coarse grid の空間離散間隔比は 1 : 2 である。よって coarse grid の時間離散間隔を Δt としたとき、fine grid の時間離散間隔は $\frac{1}{2}\Delta t$ となる。fine grid と coarse grid の接続面で磁界成分を空間的補間によって求めるとき時間離散間隔がそれぞれの grid で異なるため、同じ coarse grid の磁界成分値を fine grid の 2 回の時間更新にわたって使用する。以下の図 3.4、図 3.5 に接続面上の磁界成分の扱いと FDTD 計算全体でのフローチャートをそれぞれ示す。

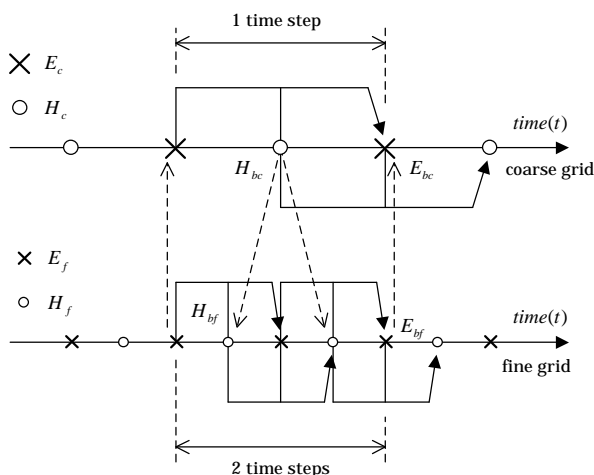


図 3.4 fine grid と coarse grid 及び接続面上での各界成分の時間更新

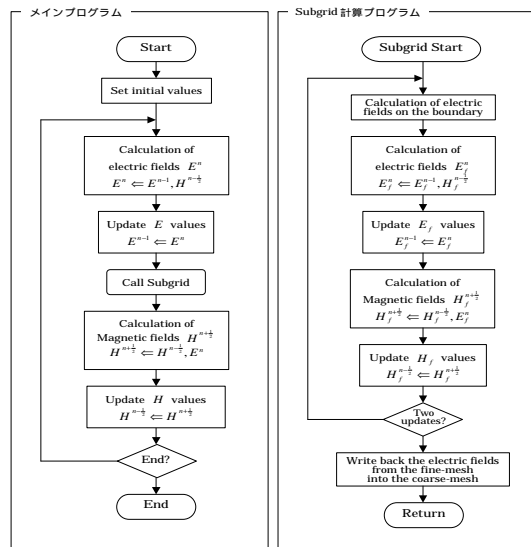


図 3.5 フローチャート

4. 解析モデル及び結果

以下の図 4.1 から図 4.7 に本報告で subgrid の検証に用いた導波管モデルを示す。各パラメータは、空間離散間隔 $\Delta = 1.0$ [mm]，時間離散間隔 $\Delta t = 1.73467 \times 10^{-12}$ [s]，入力周波数 $f = 11.3$ [GHz]，入力波周期 $T = 8.85 \times 10^{-11}$ [s]，時間分割数 $T/\Delta t = 51$ とし、Courant 条件は最大時間離散間隔 $\times 0.9$ とする。また、1 ~ 3 面モデルは導波管寸法 $1 \times 2 \times 10$ [cm]、4 面モデルは $1 \times 4 \times 10$ [cm]、5 面モデルは $2 \times 4 \times 10$ [cm]、6 面モデルは $2 \times 4 \times 20$ [cm] とする。何れのモデルにおいても、観測面を subgrid 領域中央を通る面としている。また、散乱体を挿入する時は、subgrid 領域中央に挿入する。図中において灰色で示した領域は subgrid 領域であり、第 3 章で説明した通り空間及び時間離散間隔は coarse grid の 1/2 である。

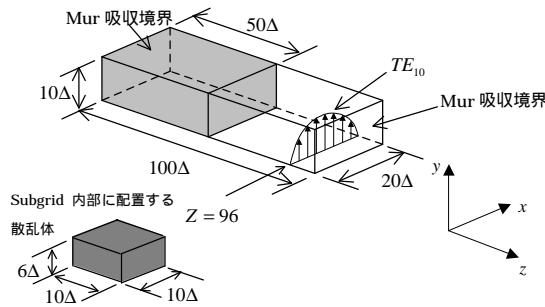


図 4.1 1面モデル

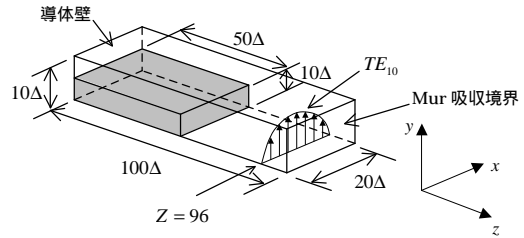


図 4.2 2面モデル

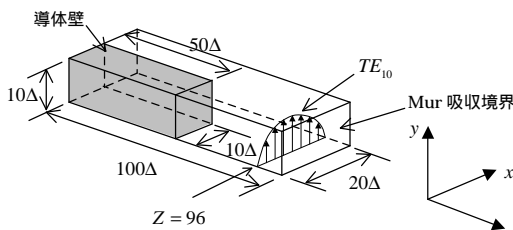


図 4.3 2面モデル

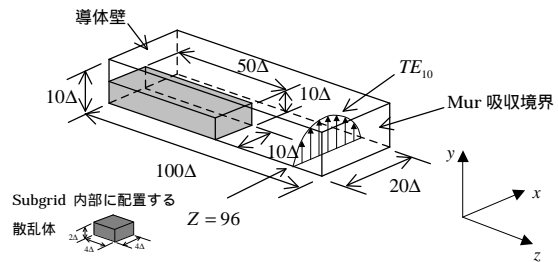


図 4.4 3面モデル

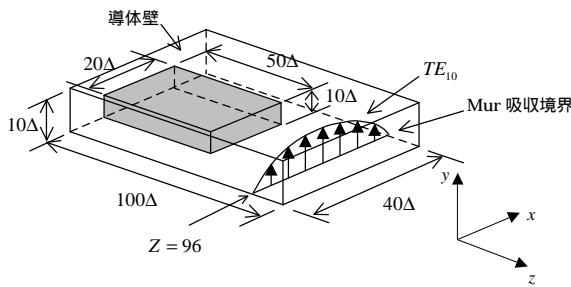


図 4.5 4面モデル

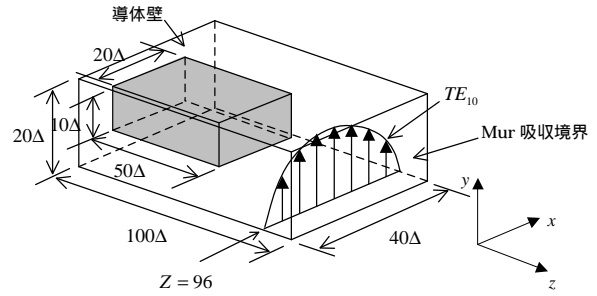


図 4.6 5面モデル

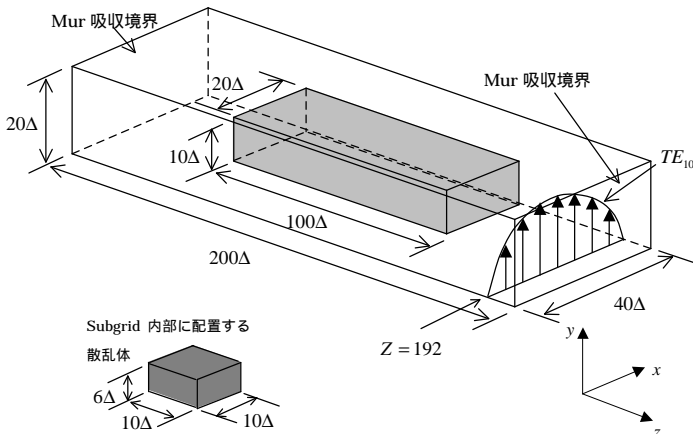


図 4.7 6面モデル

空間離散間隔 $\Delta = 1.0$ [mm]
 時間離散間隔 $\Delta t = 1.73467 \times 10^{-12}$ [s]
 入力周波数 $f = 11.3$ [GHz]
 入力波周期 $T = 8.85 \times 10^{-11}$ [s]
 時間分割数 $T/\Delta t = 51$
 Courant 条件 最大時間離散間隔 $\times 0.9$

図 4.1 に示される 1 面モデルの解析において fine grid と coarse grid との境界での反射は 0.42% であった。また、解析領域全体を fine grid 及び coarse grid で解析した結果と照合して subgrid の適用により解析精度が向上することを確認した。

解析により観測されたエンベロープ波形の例として、導波管の 1/4 の領域に fine grid 領域を設けた図 4.4 に示す 3 面モデルの場合の解析結果を図 4.8, 図 4.9 に示す。coarse grid でのタイムステップ数 20,000 回まではほぼ安定した解析結果が得られたが、25,000 回の時点で不安定となっており正常な値が得られていない事が分かる。

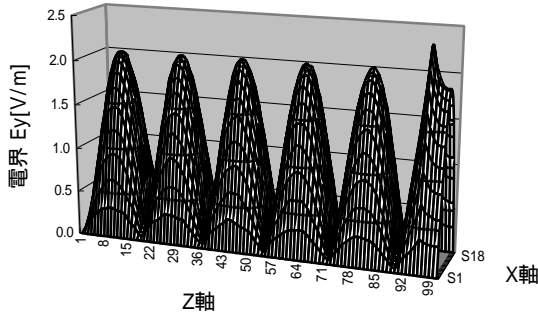


図 4.8 タイムステップ数 20,000 回

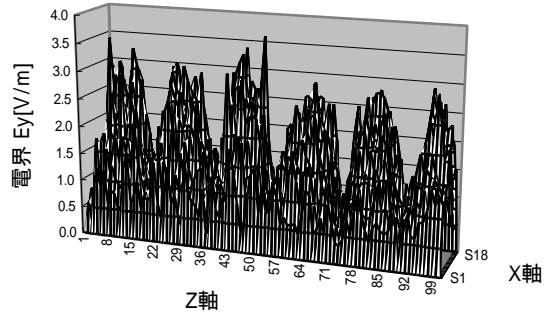


図 4.9 タイムステップ数 25,000 回

5 . 解析効率及び使用限界

表 5.1 に subgrid 法を用いた解析と fine grid のみで解析空間全体の解析を行った場合の解析時間とメモリ使用量の比較を示す。ただし、本報告で使用した subgrid プログラムには改善の余地があり、更なる効率化が期待できると考えられる。表中の比率は fine grid に対する subgrid 法を用いた場合の比である。また、使用計算機は HEWLETT PACKARD HP-9000 K-CLASS K-570 PA-RISC8200 (200MHz×6)、計算時間は時間

	計算時間			使用メモリ		
	subgrid 法	fine grid	比率	subgrid 法	fine grid	比率
1 面モデル	12016 sec (30,000 回)	59648 sec (30,000 回)	0.20	10 MB	18 MB	0.56
2 面モデル 図 4.2	6083 sec (30,000 回)	57870 sec (30,000 回)	0.11	7 MB	16 MB	0.44
2 面モデル 図 4.3	6265 sec (30,000 回)	57870 sec (30,000 回)	0.11	6 MB	16 MB	0.38
3 面モデル	3387 sec (30,000 回)	57870 sec (30,000 回)	0.06	5 MB	16 MB	0.31
4 面モデル	57 Sec (300 回)	1441 sec (300 回)	0.04	7 MB	26 MB	0.27
5 面モデル	393 sec (300 回)	4603 sec (300 回)	0.09	13 MB	49 MB	0.27
6 面モデル	1188 sec (300 回)	10973 sec (300 回)	0.11	25 MB	102 MB	0.24

表 5.1 subgrid 法を用いた場合と fine grid のみで計算した場合の比較

ステップ数を 30,000 回または 300 回とした場合の時間である。4, 5, 6 面モデルは fine grid 領域と coarse grid 領域の大きさの比が同じであるにもかかわらず計算時間の短縮率が悪くなっている。これは表面積が増加して subgrid 境界での補間の計算に時間がかかるためと思われる。より具体的なモデルである 6 面モデルにおいては計算時間は subgrid 法を用いることによって 10% 程度に短縮されている。また、使用メモリは 25% 程度に縮小されている。なお、subgrid 領域の解析領域全体に占める割合によっては更なる効率化が期待できる。

安定に解析できる最大タイムステップ数を表 5.2 に示す。表に示されるように 1 面及

	安定に解析できる最大 タイムステップ数
1 面モデル	100,000 回以上
1 面モデル(散乱体有り)	100,000 回以上
2 面モデル 図 4.2	100,000 回以上
2 面モデル 図 4.3	100,000 回以上
3 面モデル	20,000 回
3 面モデル(散乱体有り)	25,000 回
4 面モデル	20,000 回
5 面モデル	25,000 回
6 面モデル	20,000 回
6 面モデル(散乱体有り)	20,000 回
6 面モデル(周波数 1/2)	20,000 回
6 面モデル(周波数 1/2, 散乱体有り)	15,000 回

表 5.2 安定に解析できる最大タイムステップ数

び2面モデルは発散が発生しないと思われる。一方、3面モデル以降は安定に解析できるタイムステップ数が限られる。1面モデルでは coarse grid と fine grid 領域の境界に fine grid 領域の稜線や頂点が存在しない。2面モデルにおいても稜線は現れるが頂点は存在しない。これに対して3面モデル以降では稜線に加え新たに頂点が存在する。表に示される発散の状態と以上の事を考えると、図 5.1 に示されるように、面と稜線の場合のみでは発散が起らず、頂点が出現した場合のみに発散が起ることが分かる。従って、発散の原因は頂点の部分における補間式に不安定な要素が含まれているためだと考えられる。

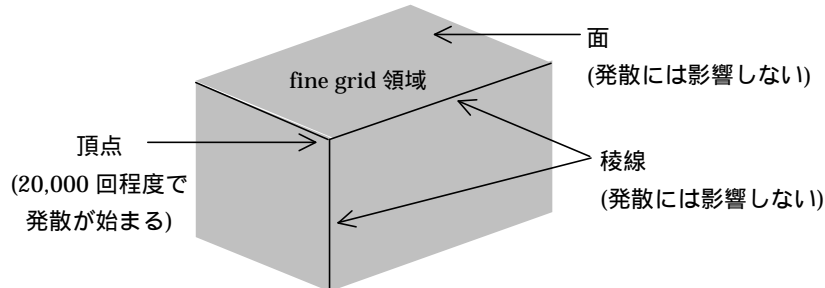


図 5.1 subgrid 境界での面, 稜線, 及び頂点と発散の関係

6. まとめ

本報告では、1) 現在までに報告されている全ての subgrid 法の論文について纏めた。2) その中で T.Weiland らの subgrid 法に注目しその特性を検証した。

T.Weiland の subgrid 法について以下のような結論が得られた。1面及び2面モデルでは発散の徴候が見られなかったが、3面モデルから発散が認められた。また、散乱体を fine grid 領域内に挿入した場合は若干発散の時期が遅れるが、格子間隔を小さくした場合や fine grid 領域の入力波の進行方向長さを変化させた場合では明確に差が出ることは無かった。また、subgrid 境界が面と稜線のみで構成されている場合では発散が起らず、頂点が出現した時のみに発散が起る。従って、発散の原因は頂点の部分における補間式に不安定な要素が含まれているためだと考えられる。但し、これは我々の解釈に基づく定式化であり、Weiland らは別の定式化を用いている可能性もある。

安定な解析が行えるタイムステップ数の範囲では、subgrid 法を用いて部分的に fine grid を使っても全て fine grid を用いて計算した場合の解析結果と極めてよく一致しており、その有効性が確かめられた。

subgrid 法を用いることによる grid 境界での反射については、1面モデルの場合で 0.42% であり、多くの解析では問題なく使用できると思われる。

本報告では時間補間については最近 C.J.Railton らが提案した線形補間[19]は用いていない。そのため線形時間補間を導入した場合の安定性と解析結果の改善についても検証の余地があると考えられる。また、P.Monk らのようにオーバーラップ領域を設ける subgrid 法[10]は、非常に安定である事が彼ら論文で述べられているが、このような方法についても検証する必要があると思われる。また、頂点部の取扱いを改良することにより発散を抑えられる可能性もある。

本報告に示したように subgrid 法は計算時間やメモリ使用量が大幅に縮小出来るため非常に有効な手段である。しかしながら、使用する計算機のコンパイラや計算機のアーキテクチャにより解析性能は異なると考えられる。また、参考文献に示すように多くの subgrid 法が提案されているが、何れも発散の問題を完全に解消できていないようである。さらに subgrid 法のプログラムは煩雑で長くなり、プログラムの作成やデバッグのための時間が非常に多くかかる。また、計算機の計算能力の発展も著しいため subgrid 法を用いることなく高速大容量の計算機により力づくで解析する事も有効な方法として考えられる。従って、CAD としては重要な機能の一つであるが、場所による構造条件の変化を考慮して subgrid 位置の変更を行えるようにするには非常に複雑なプログラムになり、全体としての計算効率は必ずしも良くなるとは限らないと考えられる。FDTD 法は単純な計算手順を基にしている解析手法であり、単純な手続きのまま高速大容量計算機を用いて解析を行うことで最も有効性が発揮される方法である。解の発散の問題が完全に解決されれば別ではあるが、以上のことを勘案すると subgrid 法を用いることが FDTD 解析において有効かどうかは最終的にはユーザ自身が判断する事であると考えられる。

謝辞

subgrid に関して御討論頂きました室蘭工業大学川口秀樹助教授に深謝致します。

参考文献

FDTD subgrid 論文

- [1] I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, "A local mesh refinement algorithm for the time-domain finite-difference method using Maxwell's curl equations," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.38, pp. 812-815, June 1990.
- [2] S. S. Zivanovic, and K. S. Yee, and K. K. Mei, "A subgridding method for the time-domain finite-difference method to solve Maxwell's equations," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, pp. 471-479, Mar. 1991.
- [3] 大友洋一, 柏達也, 岩淵康司, 深井一郎, "FD-TD法を用いた電界解析におけるサブグリidding法について," *信学'91秋大*, C-74, pp. 355, 1991.
- [4] D. T. Prescott, and N. V. Shuley, "A method for incorporating different sized cells into the finite-difference time-domain analysis technique," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 2, pp. 434-436, Nov. 1992.
- [5] 柏達也, 松岡敦, 新城誠, 岩淵康司, 深井一郎, "サブグリッドを用いた FD-TD 解析における解発散の抑圧について," *信学'93春大*, C-37, pp. 487, 1993.
- [6] 大友洋一, "FD-TD法による電子レンジ空洞解析," 北海道大学工学部電気工学科電気回路学講座修士論文, 1993.
- [7] 松岡敦, "FD-TD解析におけるサブグリッドの使用について," 北海道大学工学部電気工学科電気回路学講座卒業論文, 1993.
- [8] K. Li, C. F. Lee, S. Y. Poh, R. T. Shin, and J. A. Kong, "Application of FDTD method to analysis of electromagnetic radiation from VLSI heatsink configurations," *IEEE Trans. Electromagnetic Comp.*, Vol. 35, pp. 204-214 May. 1993.
- [9] C. F. Lee, K. Li, R. T. Shin, and J. A. Kong, "Electromagnetic radiation from a VLSI package and heatsink configuration," *IEEE EMC*, vol. 35, pp. 204-209, May 1993.
- [10] P. Monk, and E. Suli, "Subgridding FDTD schemes," *ACES J.*, vol. 11, pp. 37-46, Jan. 1996.
- [11] P. Thoma, and T. Weiland, "A constant subgridding scheme for the finite difference time domain method," *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, Vol. 9, 359-374, 1996.
- [12] M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, and V. P. Cable, "FDTD local grid with material traverse," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 411-421, Mar. 1997.
- [13] M. Okoniewski, E. Okoniewska, and M. A. Stuchly, "Three-dimensional subgridding algorithm for FDTD," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 422-429, Mar. 1997.
- [14] S. Kapoor, "Sub-cellular technique for finite-difference time-domain method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 673-677, May. 1997.
- [15] M. J. White, M. F. Iskander, and Z. Huang, "Development of a multigrid FDTD code for three-dimensional applications," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 1512-1517, Oct. 1997.
- [16] 川口秀樹, 東正寿, 横山良輔, 本間利久, "マグネトロン・マイクロ波同軸給電部を含めた電子レンジの FIT シミュレーション," 電学電磁界理論研資, EMT-98-68, 1998.
- [17] P. Thoma, and T. Weiland, "Numerical stability of finite difference time domain methods," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 34, pp. 2740-2743, Sep. 1998.
- [18] T. O. Korner, and W. Fichtner, "Grid interpolation at material boundaries in finite-difference time-domain methods," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 19, pp. 368-370, Dec. 1998.
- [19] K. M. Krishnaiah and C. J. Railton, "A stable subgridding algorithm and its application to eigenvalue problems," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 620-628, May 1999.
- [20] W. Yu, and R. Mittra, "A new subgridding method for the finite-difference time-domain (FDTD) algorithm," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 21, pp. 330-333, June 1999.
- [21] S. Chaillou, J. Wiart, and W. Tabbara, "A subgridding scheme based on mesh nesting for the FDTD method," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 22, pp. 211-213, Aug. 1999.
- [22] T. O. Korner, "3-D refractive index adaptive gridding for finite-difference time-domain methods," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 23, pp. 109-114, Oct. 1999.
- [23] J. W. Nehrbass, R. Lee, "Optimal finite-difference sub-gridding techniques applied to the helmholtz equation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.48, June 2000.
- [24] 千藤雄樹, "FDTD解析における Subgrid 技術," 北見工大研究室内報告書, Sept. 2000.

接続に FEM などを使った subgrid 論文

- [25] K. S. Yee, and J. S. Chen, "Conformal hybrid finite difference time domain and finite volume time domain," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 42, pp. 1450-1455, Oct. 1994.
- [26] D. J. Riley, and C. D. Turner, "Interfacing unstructured tetrahedron grids to structured-grid FDTD," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 5, pp. 284-286, Sep. 1995.
- [27] R. Wu, and T. Itoh, "Hybrid finite-difference time-domain modeling of curved surfaces using tetrahedral edge elements," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, pp. 1302-1309, Aug. 1997.
- [28] A. Monorchio, and R. Mittra, "A hybrid finite-element finite-difference time-domain (FE/FDTD) technique for solving complex electromagnetic problems," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 8, pp. 93-95, Feb. 1998.
- [29] A. Monorchio, and R. Mittra, "A novel subgridding scheme based on a combination of the finite-element and finite-difference time-domain methods," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, pp. 1391-1393, Sep. 1998.
- [30] A. Witzig, C. Schuster, P. Regli, and W. Fichtner, "Global modeling of microwave applications by combining the FDTD method and a general semiconductor device and circuit simulator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, pp. 919-928, June 1999.
- [31] S. Selleri, J. Y. Dauvignac, G. Pelosi, and Ch. Pichot, "Comparison between FDTD and hybrid FDTD-FETD applied to scattering and antenna problems," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 18, pp. 247-250, Jul. 1999.
- [32] M. S. Yeung, "Application of the hybrid FDTD-FETD method to dispersive materials," *IEEE Microwave Optical Tech. Lett.*, vol. 23, pp. 238-242, Nov. 1999.
- [33] C. T. Hwang, S. Mao, R. Wu, and C. Chen, "Partially prism-gridded FDTD analysis for layered structures of transversely curved boundary," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 339-346, Mar. 2000.