

FDTD 導波管解析における吸収境界条件に関する研究

Investigation of Absorbing Boundary Condition in FDTD Waveguide Analysis

白沢 秀明 柏 達也
Hideaki SHIRASAWA Tatsuya KASHIWA
北見工業大学
Kitami Institute of Technology

1. はじめに

FDTD 導波管解析において吸収境界条件として PML[1]が広く使用されている。PML は入射波の角度や周波数に依存せず高精度な吸収をする事が出来る。しかし、カットオフ周波数近傍の伝搬波に対しては伝搬波の波長が非常に大きくなるため、等価的に PML 層が薄い層に見え効果的に機能しなくなる。このようにカットオフ周波数近傍の伝搬波に対しては PML の導電率を非常に大きくする必要がある。を非常に大きくすると薄い PML 層では隣接する節点間での離散誤差が大きくなる。従って、吸収特性を良くするために PML の層数を非常に厚くしなければならない。

この問題の解決のために構造条件を変える方法と PML 媒質条件を変える方法の二つが考えられる。構造条件を変える方法として Absorbing Boundary Condition Structure(ABCS)[2]が考案されている。また、PML 媒質条件を変える方法としてエバネッセント波を吸収出来る PML 媒質を使用することが考えられる。エバネッセント波を吸収出来る PML 媒質として PML-D[3]及び Complex Frequency Shifted PML (CFS-PML)[4]を使用した。本報告では FDTD 導波管解析におけるカットオフ周波数近傍の周波数帯の波を吸収するため、構造条件及び PML 媒質条件の改良を行いその特性を明らかにした。

2. Absorbing Boundary Condition Structure

2.1 ABCS-A

図 1 に導波管の終端に Mur 吸収境界条件をコの字型に配置した ABCS-A を示す。ABCS-A は管軸方向にほぼ垂直に反射しながら進むカットオフ周波数近傍の伝搬波の性質を考慮して、管軸方向に垂直な伝搬波は z 軸方向に平行な Mur 吸収境界条件で吸収する方法である。また、導波管の管軸に平行に進む波は奥の Mur 吸収境界条件で吸収する方法である。本報告では ABCS-A は 40 とし、Mur 吸収境界条件の位相速度は光速に合わせた。

2.2 ABCS-B

図 2 に PML 層中に散乱体として三角形の金属板を配置した ABCS-B を示す。ABCS-B は PML 層中に散乱体を配置することによりカットオフ周波数近傍の伝搬

波を散乱させ、伝搬方向を変えて PML で吸収しようという方法である。また、管軸方向に平行に進む伝搬波を吸収するために 8 層で理論的に吸収できる PML 層を散乱体の前に配置している。

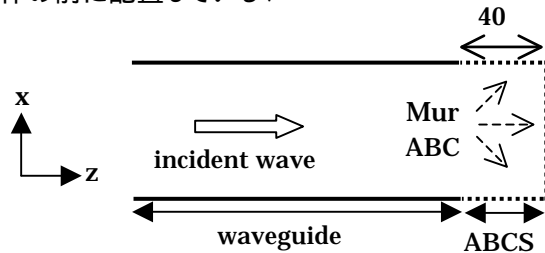


図 1. ABCS-A

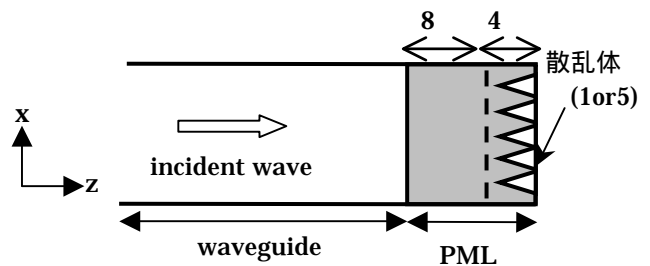


図 2. ABCS-B

3. PML 媒質条件

3.1 PML-D

PML-D は媒質として Split PML 媒質で構成される。Split PML 媒質は PML 媒質をさらに 2 個のサブコンポーネントに分割したものである。例として E_y 成分に着目すると Split PML 媒質では

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_{yxa}}{\partial t} + \sigma_{xa} E_{yxa} = -p_a \frac{\partial (H_{za} + H_{zb})}{\partial x} \quad (1)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_{yxb}}{\partial t} + \sigma_{xb} E_{yxb} = -p_b \frac{\partial (H_{za} + H_{zb})}{\partial x} \quad (2)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_{yza}}{\partial t} + \sigma_{za} E_{yza} = p_a \frac{\partial (H_{xa} + H_{xb})}{\partial z} \quad (3)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_{yzb}}{\partial t} + \sigma_{zb} E_{yzb} = p_b \frac{\partial (H_{xa} + H_{xb})}{\partial z} \quad (4)$$

となる。ここで、 $p_a + p_b = 1$ であり、導電率 σ_a , σ_b は $\sigma_b = \sigma_a/s$ である。PML-D は PML と比較すると 1 節点が多くサブコンポーネントに分割されているため計算時間及びメモリが増加する。また、本報告では PML-D のパラ

メータは 12 層, 導電率 の変化が geometrical, PML の反射係数 $R(0)=1\%$ (以下, PML-D(12-3.16-1)), $p_a=0.95, p_b=0.05, s=100$ を使用した.

3.2 CFS-PML

CFS-PML は PML のカットオフ周波数の問題を解決するために考案された. また, CFS-PML は Unsplit PML に分類される. このため, 節点の分割が無いので PML-D と比較して計算時間が減少出来る. 2次元の Unsplit PML は(5)~(8)式で表される.

$$j\omega\epsilon E_y + \sigma E_y = \frac{1}{s_z} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{s_x} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (5)$$

$$-j\omega\mu H_x = -\frac{1}{s_z} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (6)$$

$$-j\omega\mu H_z = \frac{1}{s_x} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (7)$$

ここで,

$$s_i = 1 + \frac{\sigma_i}{j\omega\epsilon_0}, \quad i = x, z \quad (8)$$

である. CFS-PML はさらに上式の s_i を改良したものである.

$$s_i = \kappa_i + \frac{\sigma_i}{\alpha_i + j\omega\epsilon_0}, \quad i = x, z \quad (9)$$

s_i を(9)式に置き換えることにより, PML のカットオフ周波数の問題を解決出来, さらにエバネッセント波の吸収も出来る. また, 本報告中では CFS-PML のパラメータは 12 層, の変化が parabolic, PML の反射係数 $R(0)=200\text{dB}$ (以下, CFS-PML(12-p-200dB)), $\kappa_i = 1, 0.2085$ を使用した.

4. 解析結果

本報告では 2 次元導波管を解析に用いた. 導波管の開口の大きさは 40[mm], TE_{10} モードのカットオフ周波数 $f_c=3.75$ であり, 空間離散間隔 $\Delta z=1$ [mm]である. また, 各手法の吸収精度の評価を行う基準として, PML で 12 層, 導電率 の変化が parabolic, PML の反射係数 $R(0)=0.01\%$ (以下, PML(12-p-0.01))の反射係数を使用する.

図 3 に ABCS を用いた場合の反射係数を示す. ABCS-A は全ての周波数で大きな反射が起こっている. この原因として ABCS-A から導波管を見た場合, 空気領域が広がっているように見えるためインピーダンスの整合がとれずに反射が起こると考えられる. ABCS-B は散乱体が 1 個の場合, 吸収精度の改善は見られなかった. 散乱が不十分であると考えられるため散乱体を 5 個に増やした. しかしながら, 散乱体の数を増やしても吸収精度の改善は見られなかった.

図 4 に PML 媒質条件を改良した場合の反射係数を示す. PML-D(12-g3.16-1) 及び CFS-PML(12-p-200dB)は PML(12-p-0.01)と比較して, カットオフ周波数以下の周波数帯でのエバネッセント波の吸収について十分に吸収が行われている. また, PML(12-p-0.01)と比較してカットオフ周波数近傍の周波数帯では吸収精度は良くなっていた. しかしながら, カットオフ周波数に限りなく近づくと反射が起こっている.

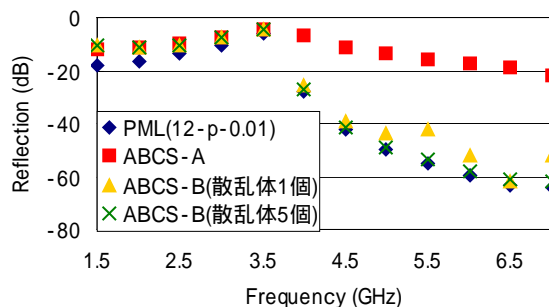


図 3. 反射係数 (ABCS)

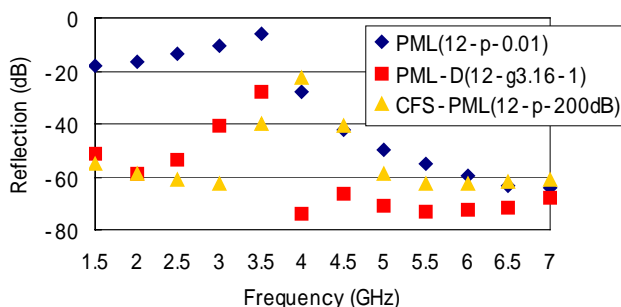


図 4. 反射係数 (PML 媒質条件)

5. むすび

本報告では FDTD 導波管解析におけるカットオフ周波数近傍の吸収境界条件として 2 種類の ABCS, PML-D, CFS-PML の特性を調べ PML との比較を行った. ABCS 構造体はカットオフ周波数近傍の伝搬波及びエバネッセント波で反射が確認された. PML 媒質の改良である PML-D 及び CFS-PML は, 伝搬波の吸収に加えエバネッセント波の吸収も確認した. カットオフ周波数近傍の周波数帯では反射があるが, PML と比較し格段に吸収精度が良くなっている.

以上より, 現状では FDTD 導波管解析におけるカットオフ周波数近傍の周波数帯を含めた広帯域な吸収境界条件の実現は難しいと考えられるが, PML 媒質条件の改良により従来に比べ吸収精度が良くなることを確認した.

参考文献

- [1] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J. Comput. Phys., vol. 114, no. 2, pp. 185-200, Oct. 1994.
- [2] K. Naishadham, Z. Lin, "A New Absorbing Boundary Condition Structure for Waveguide Analysis," IEEE Trans. MTT., vol. 48, no. 1, pp. 147-152, Jan. 2000.
- [3] J. P. Berenger, "Improved PML for the FDTD solution of wave-structure interaction problems," IEEE Trans. A.P., vol. 45, pp. 466-473, Mar. 1997.
- [4] J. A. Roden, S. D. Gedney, "Convolution PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media," Microwave and optical technology letters, vol. 27, no. 5, Dec. 2000.
- [5] 白沢, 柏, "FDTD 導波管解析におけるカットオフ周波数近傍での吸収境界条件構造," 電子情報通信学会総合大会(東京), C-1-5, Mar. 2002.